

ELETTROSTATICA

CONDUTTORI \rightarrow le cariche si muovono ISOLANTI \rightarrow le cariche rimangono fisse

Un atomo si può trovare a livelli di energia discreti. I livelli di energia per gli elettroni in un solido formano una serie di bande permesse o intervalli proibiti: bande di valenza, piena in isolanti e semiconduttori e semipiena nei conduttori, banda di conduzione, semipiena nei conduttori.

I conduttori sono opachi perché le onde luminose vengono assorbite per portare un elettrone in banda di conduzione e non viene quindi lasciata passare.

LEGGE DI COULOMB \rightarrow la forza di interazione tra due cariche puntiformi q_1, q_2 poste a distanza R è data in modulo da $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{R^2}$ ϵ_0 costante dielettrica nel vuoto.
Se forza è diretta come la congiungente le due cariche. $= 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$
Se q_1 e q_2 hanno lo stesso segno la forza è repulsiva, se hanno segni opposti la forza è attrattiva.

L'unità di carica è il Coulomb (C), pari alla carica trasportata da una corrente di 1 A (Ampère) in 1 s (secondo); equivale alla carica di $6,24 \cdot 10^{18}$ elettroni

tra due cariche regge la forza gravitazionale $F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$ e la forza elettrica

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{R^2}$$

$$E_1 = \frac{F_{12}}{q_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{R^2}$$

CAMPO ELETTROSTATICO \rightarrow SULLA CARICA q_1

Su una superficie metallica (conduttore), le cariche si dispongono sulla superficie esterna e stanno ferme se il campo elettrico è perpendicolare alla superficie (ELETTROSTATICA)

DENSITÀ LINEARE DI CARICA $\rightarrow \lambda = \frac{q}{l}$ DENSITÀ SUPERFICIALE DI CARICA $\rightarrow \sigma = \frac{q}{A}$

DENSITÀ VOLUMETRICA DI CARICA $\rightarrow \rho = \frac{q}{V}$

Nel caso in cui si abbia una distribuzione continua di carica, devo lavorare con dE e con $dq = \lambda \cdot dl$. Alla fine, cerco di ottenere il valore di dE in funzione di una sola variabile (ad esempio θ) e calcolo l'integrale dei dE in $d\theta$ con θ che varia dal valore minimo al massimo.

Nel caso in cui la figura sia una superficie, come un cerchio, considero superfici infinitesime (corona circolare) in cui r sia costante e poi integro da 0 a R .

IMPORTANTE \rightarrow considerare sempre la simmetria della figura (asse, centro, ...).

ANELLO CARICO $\rightarrow d\vec{E}(y) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y}{\sqrt{(R^2 + y^2)^3}}$ con y = distanza del punto dall'anello. R = raggio dell'anello.

CAMPO UNIFORME \rightarrow campo che non dipende dalla distanza y . Ad esempio, il campo elettrostatico di un piano infinito carico uniformemente ($R \rightarrow +\infty$) (1)

CAMPO ELETTRICO → regione di spazio in cui una carica di prova positiva q_0 sente una forza F . $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ direzione e verso di \vec{F}

Il campo elettrico si misura in $\frac{N}{C}$ q_0 | Data una carica q il campo a distanza R è dato da $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2}$

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

Per calcolare il campo generato da N cariche, calcolo i campi generati dalle singole cariche e poi li sommo: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N$

Nel caso di una distribuzione continua di cariche, si considerano degli elementi infinitesimi di carica dq , si determina il campo prodotto da ciascun elemento e infine si integra su tutta la carica.

LINEE DI FORZA → linee immaginarie tangenti al campo in ogni suo punto, che si addensano dove il campo è maggiore, che non si intersecano mai, hanno origine dalla carica positiva e terminano sulle cariche negative.

Un campo uniforme è rappresentato da linee parallele ed equidistanti.



FLUSSO DI CAMPO ELETTRICO → data una superficie chiusa immersa in un campo elettrico, considero elementi di area ΔS , definisco il flusso di campo elettrico \vec{E} attraverso la superficie ΔS lo scalare $\Delta\Phi_E = \vec{E} \cdot \Delta\vec{S} = E \cdot \Delta S \cdot \cos\theta$ e definisco

FLUSSO TOTALE $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \Delta\vec{S}$ integrale esteso a tutta la superficie.

1ª LEGGE DI MAXWELL: LEGGE DI GAUSS → $\Phi(\vec{E}) = \frac{q}{\epsilon_0}$ → carica contenuta all'interno

Mentre il campo elettrico è prodotto da tutte le cariche interne ed esterne alla superficie, il flusso dipende solo dalle cariche interne.

CIRCUITAZIONE → integrale di linee esteso a una linea chiusa (\oint). Se è nullo, il campo è conservativo.

Negli esercizi, devo porre il flusso calcolato con la definizione uguale alla legge di Gauss: $\oint \vec{E} \cdot \Delta\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$ se è una sfera: $E \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$ campo sulla superficie esterna

All'interno di una superficie sferica o di una distribuzione superficiale sferica uniforme non c'è carica → il flusso è nullo → il campo è nullo.

Se invece la carica è distribuita in modo uniforme su tutta la sfera, allora il campo interno non è nullo e vale $E = \frac{q \cdot r}{4\pi\epsilon_0 R^3}$ r → raggio della sfera interna R → raggio della sfera totale

$q' = \frac{q \cdot r^3}{R^3}$ q' → carica all'interno della sfera di raggio r .

DISTRIBUZIONE LINEARE INFINITA DI CARICA → il campo è diretto radialmente. Se la superficie è un cilindro, considero come superficie infinitesima un cilindro di raggio r e altezza h . E è costante in modulo sulla superficie laterale del cilindro ($S = 2\pi r \cdot h$). λ → densità lineare di carica. La carica nella superficie infinitesima è $\lambda \cdot h$. Applicando il teorema di Gauss, si ha: $E \cdot 2\pi r \cdot h = \frac{\lambda \cdot h}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$ dove E è il campo a una distanza r dal centro della distribuzione di carica.

DISTRIBUZIONE PIANA INFINITA DI CARICA → in questo caso ho la densità superficiale di carica σ costante. Prendo come superficie un cilindro di area di base A e altezza $2r$ e lo taglio e metto con il piano. E è diretto \perp alle due superfici di base: il flusso attraverso la superficie laterale è 0 ($\hat{E} \cdot \hat{A} = 90^\circ, \cos 90^\circ = 0$), mentre quello tra le due basi: $E \cdot A + E \cdot A = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$. Il 2 al denominatore deriva dal fatto che il campo è presente su tutte e due le facce.

Il campo elettrico E è sempre perpendicolare alla superficie perché così facendo non si ha componente tangenziale (elettrostatica).

CONDUTTORE CARICO → in questo caso il cilindro è immerso per metà nel conduttore e per metà è esterno. L'unico contributo al flusso proviene dalla base esterna del cilindro di area A : $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0}$. $E \cdot A = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$. Nei conduttori le cariche stanno sulla superficie esterna.

Nel caso di due cilindri concentrici, uno carico positivamente e l'altro negativamente, il campo tra i due vale $E = -\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$ dato che $q = -\lambda \cdot h$, mentre quello esterno e quello interno sono nulli perché $q = 0$.

Un positrone che si muove sulla superficie esterna è soggetto ad una forza $\vec{F} = e \cdot \vec{E}$ diretta verso l'asse. Uguagliandola alla forza centripeta $\frac{m v^2}{r}$, ottengo $k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{e \cdot \lambda}{4\pi \epsilon_0}$.

Per trovare la carica (e quindi il campo elettrico) in una sfera di Gauss conoscendo la densità di carica ρ ; $q = \int \rho dV = \rho \cdot \int dV = \frac{4}{3} \pi (r^3) \cdot \rho$. Nel caso avessi una cavità nella sfera, diventerebbe $\frac{4}{3} \pi (r^3 - e^3) \cdot \rho$ dove e è il raggio della cavità.

Campo in un anello di sfera di raggio dR (sfera: raggio R): $4\pi R^2 dR$.

POTENZIALE ELETTROSTATICO → lavoro fatto dal campo elettrico. Esiste solo se il campo è conservativo. Il lavoro $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int q_0 \cdot E \cdot ds \cos \theta = q_0 \cdot \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$. La circolazione è 0 se il campo (o la forza) è conservativo.

$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{S}$ DIFFERENZA DI POTENZIALE TRA A e B. $W_{AB} = q_0 \cdot (V_A - V_B) = -q_0 \cdot \Delta V_{BA}$ LAVORO FATTO DALLA FORZA ELETTRICA PER PORTARE q_0 DA A a B. $\Delta U_e = q_0 \cdot \Delta V = -W_{AB}$ VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE. $\Delta V_{AB} = \frac{W_{AB}}{q_0}$ [Volt]

$$W_{AB} = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right]$$

$r_A \rightarrow$ posizione iniziale
 $r_B \rightarrow$ posizione finale

LAVORO FATTO PER
 SPOSTARE LA CARICA
 q_0 DA A A B.

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot r}$$

POTENZIALE GENERATO
 DA UNA CARICA
 PUNTIFORME q IN UN
 PUNTO A DISTANZA r
 DALLA SORGENTE.

$$U_e(r) = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi\epsilon_0 \cdot r}$$

ENERGIA POTENZIALE
 DI UNA CARICA q

Considerando un insieme di cariche puntiformi, il potenziale in un punto si calcola sommando i potenziali dovuti da ogni carica: $V = \sum \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_n}{R_n}$.

Considerando una carica q_0 in moto in un campo elettrostatico E che passa da A a B si ha:

$$\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 + q_0 \cdot V_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + q_0 \cdot V_B$$

ENERGIA CINETICA ENERGIA POTENZIALE

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA TOTALE

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad 1 \text{ J} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ eV}$$

PER LA LUCE $\lambda = \frac{12400}{E(\text{eV})}$

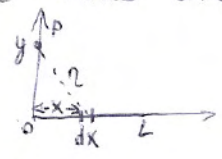
SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE \rightarrow luogo dei punti aventi il medesimo potenziale. E è perpendicolare al campo elettrico, altrimenti E avrebbe una componente sulla superficie e si dovrebbe compiere un lavoro per muovere la carica (ma siamo in elettrostatica).

VICINE se E è grande
 DISTANTI se E è piccolo

$$\vec{E} = -\text{grad } V$$

il campo elettrico è uguale al gradiente del potenziale cambiato di segno.
 $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$ $E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$ $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$.

Nel caso di una distribuzione lineare di cariche di lunghezza L e densità lineare λ , il potenziale a distanza y è $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{\lambda \cdot dx}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{\lambda \cdot dx}{\sqrt{x^2 + y^2}}$



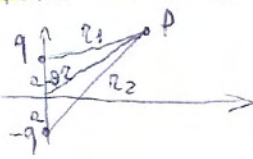
Per trovare la componente lungo l'asse y del campo elettrico, basta derivare l'espressione del potenziale in dy e cambiare di segno.

CONDUTTORE ISOLATO \rightarrow una carica in eccesso posta sulla sua superficie si distribuisce sulla superficie esterna e crea all'interno un campo elettrico che pone in moto le cariche mobili dando vita a correnti elettriche, che ridistribuiscono le cariche in modo da estinguere il campo elettrico interno. Tutti i punti del conduttore (superficie + interno) sono tutti allo stesso potenziale.
 V costante
 $E = 0$

In una sfera carica conduttrice, $E=0$ all'interno (non ho cariche), mentre $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot r}$ per $r > R$ e per $r < R$ il potenziale è quello che si ha sulla superficie.

La densità di carica tende ad essere alta sulle superfici con piccoli raggi di curvatura.

POTENZIALE DI UN DIPOLO \rightarrow è dato dalla formula $V_P = V_1 - V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right)$
 se $r \gg 2a$, allora $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p \cos\theta}{r^2}$ con $p = 2a \cdot q$ MOMENTO DIPOLO



Per trovare il campo, scrivo la relazione $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$ e poi quella per le componenti lungo l'asse y , facendo attenzione al verso (attrattiva se $-q$, repulsiva se $+q$), poi ricavo $\cos\theta$ in funzione dei cateti (cateto adiacenti / ipotenusa) e infine trovo il campo in funzione del momento di dipolo elettrico $2aq$.

DIPLO ELETTRICO → ha modulo $2q$, direzione la retta che unisce le due cariche e $2a$ → distanza tra le cariche verso quello che va dalla carica negativa a quella positiva.
 Se un dipolo è immerso in un campo elettrico uniforme e forma con questo un angolo θ , le forze agenti $+qE$ e $-qE$ hanno risultante nulla, ma il **momento di dipolo** è non nullo e vale $\tau = p \cdot E \cdot \sin\theta$ in forma vettoriale $\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}$.

Il lavoro fatto per ruotare il dipolo da $\theta_0 = 0$ è $U = W = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau d\theta = pE [-\cos\theta]_{\theta_0}^{\theta}$ e scegliendo $\theta_0 = 90^\circ$ si ha $U = -pE \cos\theta = 2q \cdot a \cdot E \cos\theta$.

CAMPO PRODOTTO DA UN DIPLO IN UN PUNTO A DISTANZA R DAL DIPLO

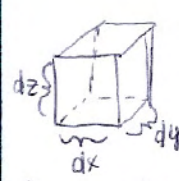
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{R^3}$$

GRADIENTE $\nabla\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial\phi}{\partial z} \hat{k} = \text{grad}\phi$
 vettore $\vec{E} = -\text{grad}V$

DIVERGENZA $\nabla \cdot \vec{A} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right] \cdot [A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}] = \text{div} \vec{A}$
 o se campo solenoidale

ROTORE $\nabla \wedge \vec{A} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right] \wedge [A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}] = \text{rot} \vec{A}$
 vettore $\nabla \cdot \vec{E} = \rho$ se il campo è conservativo

LEGGE DI GAUSS IN FORMA DIFFERENZIALE



Considero un parallelepipedo infinitesimo di volume $d\tau$ e contenente la carica $dq = \rho \cdot d\tau$.

La variazione del flusso $d\phi = \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) dx dy dz = \frac{dq}{\epsilon_0} = \rho \cdot d\tau \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \Rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

Un campo vettoriale che ha flusso nullo attraverso qualsiasi superficie chiusa si dice **SOLENOIDALE**.
CAMPO SOLENOIDALE $\Leftrightarrow \text{div} \vec{A} = 0 \Leftrightarrow$ FLUSSO NULLO.

TEOREMA DI STOKES → $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \nabla \wedge \vec{E} = 0 \Rightarrow$ Campo conservativo, cioè irrotazionale.

CONDENSATORE

- 1) immagazzina energia
- 2) blocca le correnti

PIANO. È composto da due conduttori isolati (armature) carichi rispettivamente di una carica $+q$ e $-q$. La carica totale è nulla e tra le due armature si ha una d.d.p. V_0 . Fra le armature **NON** passano cariche.
 $C = \frac{q}{V}$ C è la **CAPACITÀ** del condensatore e si misura in **FARAD [F]**

CAPACITÀ DI UNA SFERA

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$



Il campo elettrico al di fuori delle armature è nullo. Le armature hanno area A e distanza d .

$$\Delta V = E \cdot d$$

LAVORO CHE FAREBBE IL CAMPO ELETTRICO PER PORTARE UNA CARICA DA UN'ARMATURA ALL'ALTRA

$$\Phi_E = E \cdot A = \frac{q}{\epsilon_0}$$

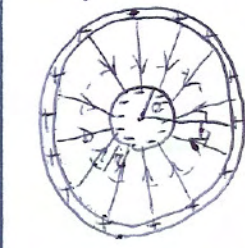
$$q = E \cdot A \cdot \epsilon_0$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$$

CAPACITÀ IN TERMINI GEOMETRICI

Per raddoppiare la capacità devo raddoppiare A o dimezzare d . Se modifico la q , si modifica anche la V , quindi non va bene.

CONDENSATORE CILINDRICO → costituito da due cilindri coassiali di raggio a e b e lunghezza l . Come superficie di Gauss si considera un cilindro di raggio r e lunghezza l .



$$\int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad E \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{2\pi r l \epsilon_0}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\log \frac{b}{a}}$$

$$V = \int_a^b E dr = \int_a^b \frac{q}{2\pi r l \epsilon_0} dr = \frac{q}{2\pi l \epsilon_0} \cdot \log \frac{b}{a}$$

CONDENSATORI IN PARALLELO → stessa differenza di potenziale, la capacità totale è la somma delle capacità $C = C_1 + C_2 + \dots$

CONDENSATORI IN SERIE → il valore assoluto della carica su ogni armatura è lo stesso.

$$V_1 = \frac{q}{C_1} \quad V_2 = \frac{q}{C_2} \quad \dots \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

In un condensatore piano il campo elettrico ha lo stesso valore in tutti i punti compresi fra le armature.

ENERGIA IMMAGAZZINATA NEL CONDENSATORE

$$W = \frac{1}{2} CV^2$$

DENSITA' DI ENERGIA

$$u = \frac{W}{A \cdot d} = \frac{1}{2} \frac{CV^2}{Ad}$$

IN UN CONDENSATORE PIANO

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot E^2$$

CONDENSATORE SFERICO → composto da due conduttori sferici concentrici di raggio R_1 e R_2 .

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Se inserisco una lamina tra le due armature di un condensatore, per trovare la capacità del sistema posso considerare di avere due condensatori in serie:

$$C_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{x}$$

$$C_2 = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{(d-b)-x}$$

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d-b}$$



oppure considero il doppio strato:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \rightarrow \text{densità di carica} \quad \Delta V = \int E \cdot dl = E_x + E[d-b-x] = \frac{\sigma}{\epsilon_0} [d-b] \quad C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma}{\epsilon_0} [d-b]} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d-b}$$

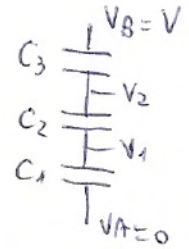
PARTITORE CAPACITIVO → divide la tensione data in un numero di parti.

Se ho 3 condensatori in serie di d.d.p. V e capacità equivalente C e devo trovare le capacità dei 3 condensatori note V_1 e V_2 , calcolo la carica su ogni armatura $q = C \cdot V$. Dopo di che:

$$C_1 = \frac{q}{V_1}$$

$$C_2 = \frac{q}{V_2 - V_1}$$

$$C_3 = \frac{q}{V - V_2 - V_1}$$



FORZA CON CUI SI ATTRAGGONO LE ARMATURE DI UN CONDENSATORE

$$F = q \cdot E = q \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{q^2}{2\epsilon_0 \cdot A}$$

ALLONTANAMENTO A CARICA COSTANTE → le armature vengono allontanate da x a $x+dx$; la capacità diminuisce, l'energia aumenta; $dW = -F_x dx$

$$F_x = -\frac{Q^2}{2\epsilon_0 A}$$

CONDENSATORI IN PRESENZA DI UN DIELETTICO

$$C = K \cdot \frac{q_0}{V_0} \quad \begin{matrix} \downarrow \text{COST.} \\ q = K q_0 \\ \downarrow \text{COST.} \\ V = \frac{V_0}{K} \end{matrix}$$

DIELETTICI

Se inserisco un conduttore tra le armature del condensatore, la d.d.p. diminuisce. Il campo all'interno della lamina è nullo, mentre sulle facce se ne formano due per induzione. **DIELETTICO** → sostanza isolante che ha il potere di ridurre la d.d.p. fra le armature.

COSTANTE DIELETTICA ASSOLUTA: $\epsilon = K \cdot \epsilon_0$

CARICA SUPERFICIALE INDOTTA

$$q' = q \left(1 - \frac{1}{K} \right) \quad \text{e} \quad q' < q$$

CAMPO ELETTRICO NEL DIELETTICO

$$E_K = \frac{q}{K \epsilon_0 \cdot A}$$

POLARIZZAZIONE ELETTRICA

$$P = \frac{q'}{A}$$

$$\frac{q}{A} = \epsilon_0 \cdot E_K + P$$

SPOSTAMENTO ELETTRICO

$$D = \frac{q}{A}$$

$$D = \epsilon_0 \cdot E_K + P$$

INTENSITÀ DI CORRENTE ELETTRICA → quantità di carica dq che passa attraverso una sezione del conduttore nel tempo dt : $i = \frac{dq}{dt} [A]$. Si misura in ampère.

Il verso della corrente è opposto al verso in cui si muovono gli elettroni (da - a +).

DENSITÀ DI CORRENTE → vettore, caratteristica di ogni punto all'interno del conduttore.

$j = \frac{i}{A}$ se la corrente i è distribuita uniformemente [A/m²] $i = \int j \cdot dS$ FLUSSO DI j nel caso di A sezione piana e j costante e normale ad A. $i = j \cdot A$

NUMERO DI ELETTRONI DI CONDUZIONE = $n \cdot A \cdot l$ n → numero di elettroni di conduzione per unità di volume $A \cdot l$ → volume

$q = n \cdot A \cdot l \cdot e$ CARICA TOTALE $t = \frac{l}{v_d}$ TEMPO IMPIEGATO PER ATTRAVERSI IL CONDUTTORE VELOCITÀ DI DERIVATO v_d DIRETTA VERSO IL CAMPO

$i = n \cdot A \cdot e \cdot v_d$ $j = n \cdot e \cdot v_d$

LEGGE DI CONSERVAZIONE DELLA CARICA → i è uguale alla variazione complessiva della carica totale contenuta nella superficie: $i = \oint j \cdot dS = - \frac{\partial q_{int}}{\partial t}$ dove il - significa che la carica all'interno della superficie diminuisce.

Se $\frac{\partial q_{int}}{\partial t} = 0$, tanta carica entra e tanta ne esce → $\oint j \cdot dS = 0$ CONDIZIONE DI STAZIONARIETÀ.

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ DELLA CORRENTE ELETTRICA $\nabla \cdot j + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

LEGGE DI OHM $\Delta V = R \cdot i$

MAGLIA → parte di un circuito chiusa **NODO** → punto in cui si dividono le correnti. **TENSIONE** = d.d.p. In ogni punto della maglia la corrente assume sempre lo stesso valore.

RESISTENZE IN SERIE → stessa i , diversa ΔV , la resistenza equivalente è la somma delle resistenze.

RESISTENZE IN PARALLELO → stessa ΔV , diversa i , la resistenza equivalente è $\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ ed è sempre minore di R_1 e R_2 .

1ª LEGGE DI KIRCHHOFF → la somma delle correnti entranti in una maglia è uguale alla somma delle correnti uscenti.

AMPEROMETRO → strumento usato per misurare l'intensità di corrente, da collegare in serie, ha resistenza interna molto piccola.

VOLTMETRO → strumento usato per misurare la tensione, da collegare in parallelo, ha resistenza interna molto grande.

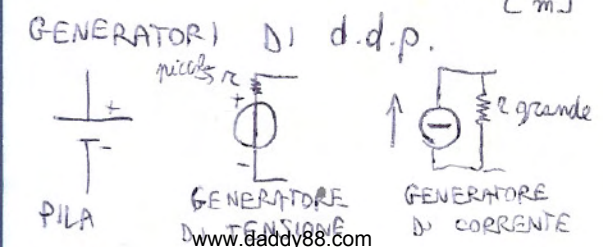
PARTITORE RESISTIVO → dato un circuito $i_{maglia} = \frac{\Delta V}{R_1 + R_2}$ $V_{BC} = i_{maglia} \cdot R_2$

DERIVATORE DI CORRENTE → dato un circuito $i_2 = i \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ ρ → resistività [Ω·m] caratteristica del materiale $\sigma = \frac{1}{\rho}$ ⇒ conduttività del materiale [$\frac{S}{m}$]

POTENZA → calore che sviluppa una resistenza per effetto Joule.

$P = V \cdot i = R \cdot i^2 [W]$



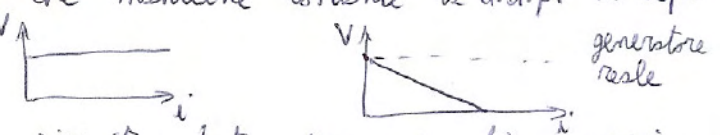
La resistenza interna traduce la perdita di capacità di fare lavoro dovuta al trasporto delle cariche da una armatura all'altra.

CARICO → utilità, resistenza

FORZA ELETTROMOTRICE → $f.e.m. = \Delta V_{AB} + i \cdot r$

ΔV_{AB} → tensione a vuoto
 $i \cdot r$ → caduta di potenziale quando eroga corrente

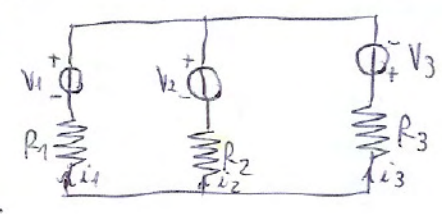
GENERATORE IDEALE DI TENSIONE → generatore che mantiene costante la d.d.p. ai capi di un carico indipendentemente dal carico stesso



METODO DELLE MAGLIE → per risolvere un circuito, data una maglia, possiamo scrivere $\sum V_k = \sum i_k \cdot R_k$. Per verso della corrente prendo convenzionalmente quello antiorario.

Se $\uparrow \Phi_{V_1}^i$, allora considero $+V_1$, altrimenti $\uparrow \Phi_{V_1}^i$ considero $-V_1$.

Impongo poi il sistema $\begin{cases} i_1 + i_2 + i_3 \dots = 0 \\ V_1 - V_2 = i_1 R_1 - i_2 R_2 \text{ maglia a sinistra} \\ V_2 + V_3 = i_2 R_2 - i_3 R_3 \text{ maglia a destra} \end{cases}$

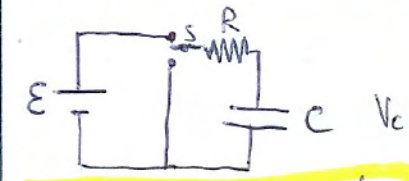


CORTO CIRCUITO → collegare due punti ad una resistenza nulla.

MISURA DI R

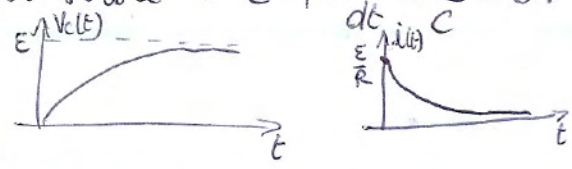
- codice colori: si guardano i colori sulla resistenza e si confrontano con la scala.
- ohmetro: si collega in serie un amperometro e una resistenza variabile.
- metodo volt-ampereometrico
- ponte di Wheatstone.

CARICA E SCARICA DI UN CONDENSATORE



Se chiudiamo S in A, si ha un movimento di cariche e il condensatore si carica di $q = C \cdot E = C \cdot V_c$, ad un istante t , si ha una corrente indotta $i = \frac{dq}{dt}$ sul condensatore e $E - R \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} = 0$.

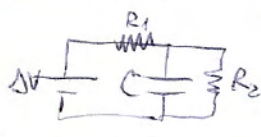
$q(t) = E \cdot C [1 - e^{-\frac{t}{RC}}]$ e si ottiene il grafico
 cioè $V_c(t) = E [1 - e^{-\frac{t}{RC}}]$ e $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$



SCARICA: $R \cdot \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = 0 \rightarrow i(t) = -\frac{q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$

Inserendo un dielettrico all'interno di un condensatore, la sua capacità aumenta, il campo e il potenziale diminuiscono perché $C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} = \frac{q}{V}$.

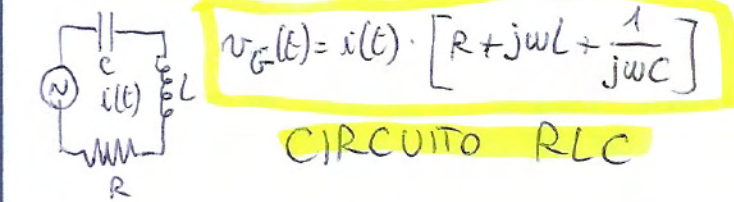
Nell'istante iniziale, il condensatore scarico ha resistenza nulla e tutta la corrente passa per il suo ramo (C è come se non ci fosse). Quando il condensatore si carica, i passa tutta nel ramo della resistenza.



INDUTTANZA: $i(t) = i_0 \cdot \sin(\omega t)$, $v_L = i_0 \cdot \omega L \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ ωL → reattanza induttiva.

Se v_L è in anticipo rispetto a i in un'induttanza, mentre in un condensatore v_C è in ritardo rispetto alla i .

Nelle CORRENTI ALTERNATE si usa $j\omega L$ al posto di L e $\frac{1}{j\omega C}$ al posto di C .



MAGNETISMO

CAMPO MAGNETICO \rightarrow vettore \vec{B} , è solenoideale ($\nabla \cdot \vec{B} = 0$, flusso = 0) ma non irrotazionale ($\text{rot} \vec{B} \neq 0$)

Non è possibile isolare il polo nord (+) dal polo sud (-): esistono sempre a coppie.

FORZA DI LORENTZ \rightarrow se una carica q_0 si muove con velocità \vec{v} in un campo magnetico \vec{B} , essa è sottoposta a una forza $\vec{F} = q_0 \vec{v} \wedge \vec{B} = q_0 \cdot v \cdot B \cdot \text{sen} \theta$ massima per $\vec{v} \perp \vec{B}$

Il campo magnetico si misura in Tesla [T]. In un campo magnetico stazionario, $\vec{F} \perp \vec{v}$ e il lavoro è nullo: l'energia cinetica non cambia

LINEE DI FORZA \rightarrow anche per il campo magnetico si usano le linee di forza per rappresentarlo graficamente. Per linee di forza \perp al piano del foglio un punto (\odot) indica che \vec{B} esce dal foglio (\wedge) e una croce (\otimes) indica che entra nel foglio (\vee)

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ e $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ dove S è una superficie chiusa contenente un magnete.

GAUSS: $1G = 10^{-4} T$ unità di misura alternative del campo magnetico.

CAMPO MAGNETICO TERRESTRE: circa $10^{-5} T$, cioè $10^{-1} G$. Il massimo valore di un campo magnetico è 10T.

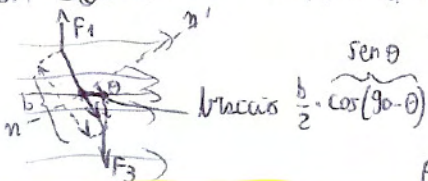
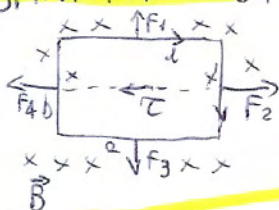
FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO $\rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$: Weber [Wb] = $T \cdot m^2$

FILO PERCORSO DA CORRENTE \rightarrow la forza esercitata dal campo magnetico sul filo è

$$\vec{F} = i \cdot \vec{l} \wedge \vec{B} \quad l \rightarrow \text{lunghezza filo}$$

Nel caso di conduttori non rettilinei, $d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$ dove $d\vec{l}$ è un tratto considerabile rettilineo, e poi $F = \int i dl \cdot B \cdot \text{sen} \theta$. Nella semicirconferenza $d\vec{l} = R \cdot d\theta$ e $F = \int_0^\pi i B R \text{sen} \theta d\theta$.

SPIRA PERCORSA DA CORRENTE $\rightarrow F_2$ e F_4 hanno momento risultante nullo perché sono sullo stesso asse. F_1 e F_3 sono uguali e opposte, ma hanno momento $\neq 0$ che fa ruotare la spira. Il modulo di F_2 e F_4 è $i b B \cos \theta$, mentre quello di F_1 e F_3 è $i a B$.



$$\tau' = 2 \cdot (i a B) \cdot \left(\frac{b}{2} \text{sen} \theta\right) = i a B b \text{sen} \theta$$

perché $\tau_{F1} = \tau_{F3}$ forza braccio = $i A \cdot B \cdot \text{sen} \theta$

ne abbiamo N spire di area A

$$\tau = N \cdot \tau' = N i A B \text{sen} \theta$$

vale per ogni spira

PRINCIPIO DI EQUIVALENZA DI AMPÈRE \rightarrow una spira percorsa da corrente è equivalente a un dipolo magnetico.

DIPOLO: $\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}$ $\tau = p E \text{sen} \theta$ SPIRA: $\tau' = (i \cdot A) B \cdot \text{sen} \theta$

MOMENTO DI DIPOLO MAGNETICO $\mu = N \cdot i \cdot A$

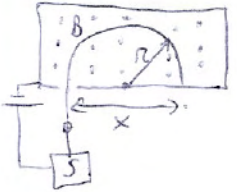
EFFETTO HALL \rightarrow formazione di una d.d.p. (potenziale di Hall) sulle facce opposte di un conduttore elettrico (striscia di rame) dovuto a un campo magnetico \perp alla corrente elettrica che scorre sul conduttore. Ogni elettrone in moto agisce la forza di Lorentz $\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$, che dopo un po' si compensa con la forza elettrica $q \cdot E$, ma $v_d = \frac{i}{n q A} \rightarrow E = \frac{V_{xy}}{d}$

portatori per unità di volume n q A \rightarrow sezione della lamina d

$$n = \frac{B \cdot i}{V_{xy} \cdot e} = \frac{i \rightarrow \text{corrente di Hall}}{e \cdot v_d \cdot A}$$

tramite l'effetto Hall si può capire il segno delle cariche in movimento: dalla polarità di V_{xy} si capisce quale estremo è a potenziale maggiore.

SPETTROMETRO DI MASSA → uno ione di massa M entra in un campo elettrico B e cade a distanza x da dove è entrato, accelerato da una certa V .

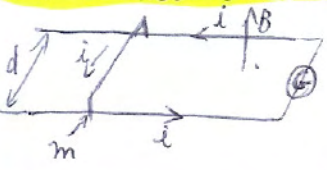


$$M = \frac{B^2 \cdot q}{8V} \cdot x^2$$

1) quando entra è soggetto a $F = q\vec{v} \wedge \vec{B}$
 2) forza centripeta $F = \frac{mv^2}{r} = \frac{2mv^2}{x}$ dato che $x = 2r$

3) applicando la conservazione dell'energia
 $U = K \begin{cases} qV = \frac{1}{2} mV^2 \\ q\Phi_B = \frac{2mV^2}{x} \end{cases} \dots M = \frac{1}{8} \frac{qB^2 x^2}{V}$

FILO METALLICO SCIVOLA SU DUE PIASTRE



↳ la forza agente sul filo è $F = i \cdot d \cdot B$ e l'accelerazione è
 $a = \frac{F}{m} = \frac{i \cdot d \cdot B}{m}$. La velocità è $v = v_0 + \frac{i \cdot d \cdot B}{m} \cdot t$

TEOREMA DI AMPÈRE →

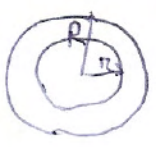
$$\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot i$$

B non è quindi un campo conservativo, per cui non si può definire il potenziale
 rot $\vec{B} \neq 0 \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$.

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$

MOMENTO MAGNETICO DI DIPOLO → $\tau = \mu \cdot B \cdot \sin\theta$ tende a riportare il dipolo nella posizione di equilibrio.

FILO PERCORSO DA CORRENTE → per calcolare B a distanza $r < R$ dal centro del filo, considero solo la i (distribuita uniformemente) che passa nella circonferenza interna i : $i_0 = \pi r^2 : \pi R^2 \rightarrow i = i_0 \cdot \frac{r^2}{R^2}$ e poi applico il teorema di Ampère $B \cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot i_0 \cdot \frac{r^2}{R^2}$



$$B = \frac{\mu_0 \cdot i_0 \cdot r}{2\pi R^2}$$

LAMINA PERCORSA DA CORRENTE → per calcolare B nel punto P , immagino la lamina come tanti fili di spessore dx percorsi da una corrente data da di : $i = dx : a \rightarrow di = i \cdot \frac{dx}{a}$



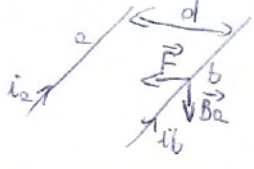
$$dB = \mu_0 \cdot \frac{di}{2\pi R} \quad \text{me } r = \frac{R}{\cos\theta} \quad dB = \mu_0 \cdot \frac{di}{2\pi R} \cdot \cos\theta \quad \text{e } dB \perp r$$

$$B = \int dB \cos\theta = \int \frac{\mu_0 \cdot di}{2\pi R} \cdot \cos^2\theta = \int \frac{\mu_0 \cdot i \cdot \frac{dx}{a} \cdot \cos^2\theta}{2\pi R} = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi a R} \int \cos^2\theta dx \quad \text{me } x = R \tan\theta$$

solo componente orizzontale, quella verticale compensata da filamenti opposti.

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi a R} \int_{-\arctan \frac{a}{2R}}^{\arctan \frac{a}{2R}} \frac{dx}{\cos^2\theta} = \frac{\mu_0 i}{\pi a} \operatorname{arctg} \frac{a}{2R}$$

CONDUOTTORI PARALLELI → il campo magnetico creato da a su b è



che agisce su un tratto del filo b di lunghezza l e analogamente per il filo a , si ha una forza uguale in modulo, ma di verso opposto: i fili si attraggono.

$$B_a = \mu_0 \cdot \frac{i_a}{2\pi d} \quad \text{la forza } F_b = i_b \cdot l \cdot B_a = \mu_0 \cdot \frac{l \cdot i_a \cdot i_b}{2\pi d}$$

CAVO COASSIALE → il campo magnetico, dato che $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r \cdot B$, vale:



$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot I_0$ dove $i_0 = i = \pi r^2 : \pi a^2$ cioè $i_0 = \frac{i \cdot \pi r^2}{\pi a^2}$ se $r < a$

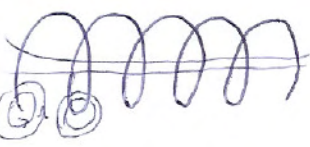
$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ se $a < r < b$

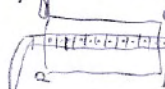
$B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi r} - \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \left[\frac{\pi (r^2 - b^2)}{\pi (c^2 - b^2)} \right]$ se $b < r < c$

$B = 0$ se $r > c$ perché corrente andata = corrente ritorno

campo corrente interna verso corrente opposto → campo conduttore esterno

SOLENOIDE → lungo filo avvolto ad elica. Nei punti vicini alla singola spira del solenoide, il filo si comporta come se fosse rettilineo; nei punti interni al solenoide, \vec{B} è parallelo all'asse del solenoide. Nel solenoide ideale (tipo lamina) il campo \vec{B} nei punti esterni è 0.



Se prendo un circuito rettangolare , la circolazione $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ vale $B \cdot h = B \cdot (b-a)$ perché il campo su cd è 0 e su ad e bc è $B \perp l$.

La corrente $i = i_0 \cdot n \cdot h$ con $i_0 =$ corrente nel solenoide, $n =$ numero di spire per unità di lunghezza.

$B = \mu_0 \cdot i_0 \cdot n$ CAMPO MAGNETICO GENERATO DA UN SOLENOIDE

$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO ATTRAVERSO LA SEZIONE DEL SOLENOIDE $= B \cdot A = B \cdot \pi R^2$

LEGGE DI BIOT-SAVART → dato un filo curvo percorso da corrente i , il campo magnetico $d\vec{B}$ nel punto P a distanza \vec{r} dall'elemento di linea $d\vec{l}$ è dato da $dB = \frac{\mu_0 \cdot i}{4\pi} \cdot \frac{dl \sin \theta}{r^2}$ o in forma vettoriale $d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \wedge \vec{r}}{r^3}$. Il campo risultante in P è $B = \int d\vec{B}$.

CORRENTE INDOTTA → se avviciniamo un magnete a una spira si nota una corrente, che va a 0 quando il magnete si ferma. La corrente indotta viene fatta circolare da una forza elettromotrice indotta.

LEGGE DI INDUZIONE DI FARADAY → la f.e.m. \mathcal{E} indotta è uguale alla derivata rispetto al tempo del flusso magnetico attraverso il circuito, cambiata di segno: $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$. Il segno - indica che la f.e.m. si oppone alla variazione che l'ha prodotta. (LEGGE DI LENZ)

In una bobina di N spire, $\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d(N\Phi_B)}{dt}$ $N \cdot \Phi_B$ è il FLUSSO CONCATENATO

Dati due solenoidi uno interno all'altro, si ha che il campo B al centro del solenoide interno è $B = \mu_0 \cdot N \cdot i$ dove N sono le spire del solenoide esterno. Il flusso del solenoide interno è $\Phi_B = B \cdot A$ dove B è il campo prodotto dal solenoide esterno e A l'area del solenoide interno. La f.e.m. indotta sarà $\mathcal{E} = -n \cdot \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$ dove n è il numero di spire del solenoide interno, $\Delta\Phi_B$ la variazione del flusso e Δt la variazione del tempo.

Dato una spira inserita parzialmente in un campo magnetico, il flusso attraverso la spira è $\Phi_B = B \cdot l \cdot x$ dove $l \cdot x$ è l'area della parte di spira immersa nel campo. La f.e.m. indotta è $\mathcal{E} = Blv$ dove $v = - \frac{dx}{dt}$ è la velocità con cui la spira è allontanata dal campo.

$i = \frac{Blv}{R}$ corrente della spira. $R \rightarrow$ resistenza della spira.

$F_f = \frac{B^2 l^2 v}{R}$ forza che si oppone al tentativo di muovere la spira

$P = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$ potenza impiegata dall'agente che estrae la spira, uguale anche a Ri^2 energia termica

Se la spira fosse tutta dentro il campo magnetico, anche muovendola non ci sarebbe variazione di flusso. FLUSSO → FEM → CORRENTE → FORZA → POTENZA.

CAMPO MAGNETICO VARIABILE NEL TEMPO → $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$ LEGGE DELL'INDUZIONE DI FARADAY

La f.e.m. nasce dal lavoro fatto dal campo. $W = (q_0 \cdot E) \cdot (2\pi r) = q_0 \cdot \mathcal{E}$ forza spostamento

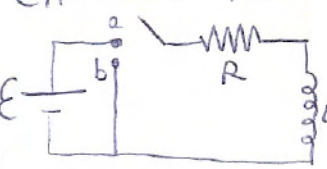
Due bobine vicine fra loro: la corrente i_1 dà origine a un flusso attraverso la seconda. AUTOINDUZIONE \rightarrow nella bobina in cui si varia la corrente si genera una f.e.m. autoindotta.

Per una bobina di un solenoide si ha $N \cdot \Phi_B = L \cdot i$ dove L è l'INDUTTANZA del sistema

$L = - \frac{\mathcal{E}}{\frac{di}{dt}}$ [H] si misura in Henry simbolo $N \Phi_B = (n \cdot l) \cdot (B A)$
SPIRE TOTALI FLUSSO

$L = \frac{N \Phi_B}{i} = \mu_0 n^2 \cdot l \cdot A$ simile a $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$
 $l \rightarrow$ lunghezza del solenoide
 $n \rightarrow$ spire per unità di lunghezza
 $A \rightarrow$ area del solenoide

CIRCUITO RL \rightarrow chiudendo l'interruttore in a si ha $\mathcal{E} = Ri + L \frac{di}{dt}$ e, risolvendo l'equazione differenziale $\int \frac{di}{\mathcal{E} - Ri} = \int \frac{dt}{L}$ $i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} [1 - e^{-\frac{t}{\tau}}]$ $\tau = \frac{L}{R}$
TEMPO



Dopo una costante di tempo ($t = \tau$) ho il 65% di i .
 Quando si chiude l'interruttore è come se ci fossero due generatori, uno reale e uno ideale con f.e.m. variabile nel tempo e segno opposto al primo.

ENERGIA IMMAGAZZINATA DA UN'INDUTTANZA $U_B = \frac{1}{2} L \cdot i^2$

ENERGIA IMMAGAZZINATA DA UN CONDENSATORE $U_E = \frac{1}{2} C V^2$

POTENZA ACCUMULATA NEL CAMPO MAGNETICO $P_B = \frac{1}{2} L i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$

DENSITÀ DI ENERGIA IMMAGAZZINATA IN UN CAMPO MAGNETICO $u_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0}$

DENSITÀ DI ENERGIA IMMAGAZZINATA IN UN CAMPO ELETTRICO $u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

GENERATORE REALE $\int \frac{V}{\Delta V} \quad f.e.m. = \Delta V + r \cdot i$

POTENZIALE VETTORE \rightarrow per il campo magnetico NON esiste un potenziale scalare perché $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$, però $\nabla \cdot \vec{B} = 0$, allora esiste un vettore \vec{A} tale che $\vec{B} = \text{rot} \vec{A} = \nabla \wedge \vec{A}$ POTENZIALE VETTORE

EQUAZIONI DI MAXWELL

- 1) $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ LEGGE DI GAUSS
- 2) $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ LEGGE DI GAUSS MAGNETICA
- 3) $\nabla \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ [$\nabla \wedge \vec{E} = 0$] F.E.M. INDOTTA CASO ELETTROSTATICO
- 4) $\nabla \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ LEGGE DI AMPÈRE
CORRENTE DI SPOSTAMENTO